## 8.4 文字列操作

前節のやり残しを解決しよう。それは、たとえば複素数 $4-3i$ がガウス素数かどうか判定する際、入力要求 `input:` に対して `input: (4, -3)` ではなく `input: 4-3i` とできないだろうかということだ。ちょっと頑張ってみよう。

programming list [gpcheck3.cpp]

```
#include <iostream>

int main() {
    std::string c;
    std::string msg;

    std::cout << "input 'a+bi': ";
    std::cin >> c;

    int d = c.find('+');
    if(d == -1) {
        d = c.find_last_of('-');
    }

    int re = stoi(c.substr(0, d));
    int im = stoi(c.substr(d, c.length()-1));

    int n = re * re + im * im;

    msg = "a Gauss prime.";
    for(int i = 2; i < n; i++) {
        if(n % i == 0) {
            msg = "NOT a Gauss prime.";
        }
    }
    std::cout << c << " is " << msg << std::endl;

    return 0;
}
```

問題は、入力された文字列を複素数の実部と虚部に分けることである。そこで、文字列を分割する必要があるのだが、**C++**はたとえば文字列 "`abcdef`" や "`-12-34i`" に対してインデックス（位置）を

| 文字列 | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| インデックス | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

| 文字複素数 | - | 1 | 2 | - | 3 | 4 | i |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| インデックス | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

のように決めている。

この地で入力する複素数は、実部・虚部ともに整数値を想定しているので、それほど複雑な区切りを考える必要がない。確実なのは、実部と虚部の間には必ず `+` か `-` があることである。そこで、その位置を知るために、文字列 `c` に対して`.find()` **メソッド**が使える。10:行目である。

`.find()` メソッドは文字列を受け取り、その位置を返す。もし目的の文字列が見つからなければ、`-1` を返す仕様である。そのため、`+` が見つからなければ再度 `-` を探す。これが 11:–13:行目の処理だ。

しかし、`.find()` メソッドは先頭からの位置を返すので、実は `-` を探すには都合が悪い。上の例の複素数 `-12-34i` の場合は、`+` が見つからないので `-` を探すのだが、先頭から探してしまうと `-12` の `-` が最初に見つかり、そこが区切りと判断されてしまうからだ。そのため、`-` を最後に見つけた位置を返す`.find_last_of()` を使っているのだ。

さて、区切り位置が分かれば、文字列 `c` に対して`.substr()` メソッドを使って文字列を切り出せる。15:, 16:行目がそれだ。このとき`.substr(i, j)` と書いたら、インデックス `i` から `j-1` までが切り出されることに注意。だから、インデックスは

| 文字列 | | a | | b | | c | | d | | e | | f |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| インデックス | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | |

のように振られていると思った方がよいかもしれない。

切り出した文字列は整数値にしたいので、そこに `stoi()` 関数を用いる。15:, 16:行目は、取得した値を関数に与えたことになる。ちなみに、入力する複素数は末尾が必ず `i` なので、16:行目は末尾の前までが切り出す範囲である。

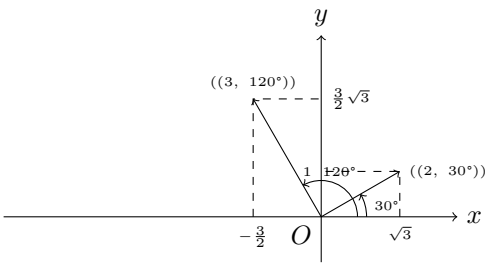
ただし、プログラムには欠陥がある。それは、`3-i` のように `i` の係数 `1` を省略して書くとエラーを引き起こす。`3-1i` と書けば済むのだが、数学的にはあまりよい眺めではない。

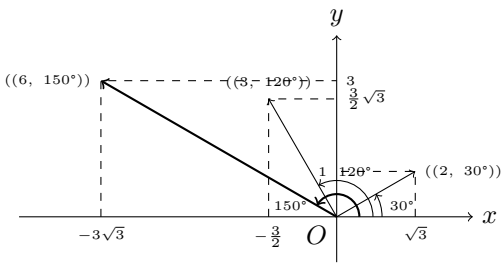
**TRY!** 10:–13:行目の文字列を区切るコードが `main()` の中にあるのは見苦しい。文字列を受け取って区切り位置を返す関数に書き換えてみよ。すると、15:–16:行目の `d` は、その関数に置き換えられる。また、`3-i` のような入力も受け付けるように改良してみよ。

さてと。眺めのよくない場所に長居しても仕方ないね。目の覚めるような景色を見に行こう。

複素数の表し方には別の考え方もある。これまで複素数は、ガウス平面の $x$ 座標と $y$ 座標の組で表してきたが、原点 $O$ からの距離 $r$（**大きさ** $r$）と $x$ 軸の正の方向となす角 $\theta$（**偏角** $\theta$）で表すこともできる。たとえば、複素数 $(x_1,\ y_1) = (\sqrt{3},\ 1)$ は複素数 $((r_1,\ \theta_1)) = ((2,\ 30^\circ))$ と表すことができ、複素数 $(x_2,\ y_2) = \left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2}\sqrt{3}\right)$ は複素数 $((r_2,\ \theta_2)) = ((3,\ 120^\circ))$ と表すことができる。このように複素数を、大きさ $r$ となす角 $\theta$ を用いて表す形式を**極形式**と呼ぶ[1]。

[1] この旅だけの記法だが、極形式の複素数は二重括弧 (( )) を用いて表すことにする。




その上で、複素数の一般形式の積と極形式の積を較べてもらいたい。

$$(\sqrt{3},\ 1)\left(-\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\sqrt{3}\right) = (-3\sqrt{3},\ 3) \quad \Leftrightarrow \quad ((2,\ 30^\circ))((3,\ 120^\circ)) = ((6,\ 150^\circ))$$

**EX.** 上の計算が正しいことを確かめよ。

この旅では込み入った理論は述べないが、上の極形式の積が

**大きさは 2 数の大きさ $r_1$, $r_2$ の "積"、偏角は 2 数の偏角 $\theta_1$, $\theta_2$ の "和"**

となっていることに気づくだろうか。これは複素数の積において常に成り立つことである。ということは、同じ複素数の積、すなわち複素数の 2 乗なら

$$\underline{((r,\ \theta))^2} = ((r,\ \theta))((r,\ \theta)) = ((r \cdot r,\ \theta + \theta)) = \underline{((r^2,\ 2\theta))}$$

だね。ならば、この式の両端（下線部）だけ見て平方根をとると

$$((r,\ \theta)) = \sqrt{((r^2,\ 2\theta))}$$

という関係が見える。この式を「左辺 ← 右辺」の方向に見ると複素数の平方根は、大きさは平方根倍に（$r \leftarrow r^2$）、偏角は 1/2 倍に（$\theta \leftarrow 2\theta$）なるということだ。だから

$$\begin{array}{ccccc} i & \Leftrightarrow & (0,\ 1) & \Leftrightarrow & ((1,\ 90^\circ)) \\ \boxed{\downarrow 2\text{ 乗}} & & & & \\ -1 & \Leftrightarrow & (-1,\ 0) & \Leftrightarrow & ((1,\ 180^\circ)) \\ \boxed{\downarrow 2\text{ 乗}} & & & & \\ 1 & \Leftrightarrow & (1,\ 0) & \Leftrightarrow & ((1,\ 360^\circ)) \end{array}$$

という関係がある。（負）×（負）＝（正）であることは、複素数の目で見れば至極自然なことなのである。

そして驚くことに、$i$ から逆方向へ進むと ...（次の図は、下から上へ見てほしい）。

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & \Leftrightarrow & (1,\ 0) & \Leftrightarrow & ((1,\ 0^\circ)) \\
\boxed{\uparrow \text{平方根}} & & & & \\
\vdots & \Leftrightarrow & \vdots & \Leftrightarrow & \vdots \\
\boxed{\uparrow \text{平方根}} & & & & \\
\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i} & \Leftrightarrow & (\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2},\ \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}) & \Leftrightarrow & ((1,\ 22.5^\circ)) \\
\boxed{\uparrow \text{平方根}} & & & & \\
\sqrt{i} & \Leftrightarrow & (\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2}) & \Leftrightarrow & ((1,\ 45^\circ)) \\
\boxed{\uparrow \text{平方根}} & & & & \\
i & \Leftrightarrow & (0,\ 1) & \Leftrightarrow & ((1,\ 90^\circ))
\end{array}
$$

なんと、1 だ！　そして、これは 一番目の図の下につながって（$360^\circ = 0^\circ$ に注意）、$\boxed{\downarrow 2\text{乗}}$ は $\boxed{\uparrow \text{平方根}}$ に置き換えられるから、$i$ は一周回って $i$ に戻ってしまった。うーむ。複素数ってなんだか不思議。と言ってもこの旅ではほんの入口をのぞいたにすぎない。複素数の頂上はおそらくリーマン[2]予想

$$\zeta\text{（ゼータ）関数の自明でない零点の実部は } \frac{1}{2} \text{ である}$$

じゃなかろうか。パッと読むだけでは意味がつかみづらいだろう。だったら、頂上なんか目指さないで複素数の麓（ふもと）を散策しても見どころ満載である。まずそこから訪れてみよう。

[2]ゲオルク・フリードリヒ・ベルンハルト・リーマン (1826–1866)：ドイツの数学者。