

反復試行の事例

野球の日本シリーズや将棋のタイトル戦は、数学的な視点からは一戦一戦が独立した試行と考えて差し支えないだろう。しかし、実際は勝負の駆け引きなどを考えると、先の試合の結果が後の試合に影響することも十分あり得ることである。野球の試合なら、1試合目に登板した投手によっては、2戦目以降に登板する投手に影響が出るかもしれない。将棋の対局なら、1局目の戦法による勝ち負けの差が、2局目以降の戦法に影響するかもしれない。

ただし、そのような心理的な面を排除するなら、野球や将棋は常に似た条件の下で繰り返される反復試行であるといえる。もし両者の力が互角であれば、どのようなことになるか見るのは比較的容易なことに違いない。

日本シリーズにおいて

野球の日本シリーズは、試合を繰り返して先に4勝したほうが優勝となる。引き分けを考えなければ、最大で7試合である。ところでAチームの立場で見て、勝ちをW、負けをLで表したとき、WWWLLLWで優勝することはあってもWWWLLWLで優勝することはないことに注意しよう。なぜなら日本シリーズの場合は、さいころを7回投げて奇数の目が4回と偶数の目が3回になる場合と違うからである。それは、Aチームが4勝した時点で試合は打ち切りになるので、7試合目が行われることはなく、WWWLLWでシリーズが終わるからである。

そこで簡単のため、出場チームは力が互角であると仮定し、引き分けを考えない場合を例にとって考えよう。Aチームの立場で考えるなら、シリーズの起こりうるすべての可能性は

4勝0敗でAが優勝	3勝4敗でAが優勝せず
4勝1敗でAが優勝	2勝4敗でAが優勝せず
4勝2敗でAが優勝	1勝4敗でAが優勝せず
4勝3敗でAが優勝	0勝4敗でAが優勝せず

である。ここで、たとえば4勝1敗でAが優勝するときは、3勝1敗の後にAが勝つことが条件であることに注意すると、上の可能性は

3勝0敗後にAの勝ち	3勝3敗後にAの負け
3勝1敗後にAの勝ち	2勝3敗後にAの負け
3勝2敗後にAの勝ち	1勝3敗後にAの負け
3勝3敗後にAの勝ち	0勝3敗後にAの負け

と読み替えるとよいだろう。すると、たとえば3勝1敗後にAが勝つときは、最初の3勝と1敗はどのような順であっても問題ない。

それで実際に確率を計算してみると、勝ち負けの確率が $\frac{1}{2}$ である—力は互角であると仮定したことを思い出そう—ことから

$$\begin{aligned} {}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 1 \cdot \frac{1}{2^4} = 0.0625 & {}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 20 \cdot \frac{1}{2^7} = 0.15625 \\ {}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 4 \cdot \frac{1}{2^5} = 0.125 & {}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 10 \cdot \frac{1}{2^6} = 0.15625 \\ {}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 10 \cdot \frac{1}{2^6} = 0.15625 & {}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 4 \cdot \frac{1}{2^5} = 0.125 \\ {}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 20 \cdot \frac{1}{2^7} = 0.15625 & {}_3C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right) &= 1 \cdot \frac{1}{2^4} = 0.0625 \end{aligned}$$

となるだろう。合計が1になることは確認してもらいたい。

さて、実際の日本シリーズの結果と比較するとどうなっているだろうか。セ・リーグのチームから見た勝敗とその回数と割合を、いまの理論値と並べてみよう。割合は、すべて0.で始まるので先頭の0は省いて、小数点以下3桁に丸めてある。

セ・チーム	4勝0敗	4勝1敗	4勝2敗	4勝3敗	3勝4敗	2勝4敗	1勝4敗	0勝4敗
回数	2	10	15	10	12	10	8	7
割合	.027	.135	.203	.135	.162	.135	.108	.095
理論値	.063	.125	.156	.156	.156	.156	.125	.063

表は1950年から2023年までの74回のデータである。ぴたりとは言わないが、いいセンいってるとは思えるだろう。これをセ・リーグのチームから見のではなく、単にシリーズの成績—すなわち4勝0敗と0勝4敗は同じ結果—として見たのが下の表である。かなり一致していると感じるのではないだろうか。

成績	4勝0敗	4勝1敗	4勝2敗	4勝3敗
回数	9	18	25	22
割合	.122	.243	.338	.297
理論値	.125	.250	.313	.313

将棋のタイトル戦において

日本シリーズと同じ仕組みで優勝を決するものに、将棋のタイトル戦がある。日本シリーズ同様、最大7回戦となる将棋名人戦について調べてみた。比較するのは、名人のタイトルを保持している者から見た勝敗とその回数と割合である。

名人	4勝0敗	4勝1敗	4勝2敗	4勝3敗	3勝4敗	2勝4敗	1勝4敗	0勝4敗
回数	7	20	14	11	5	11	4	5
割合	.091	.26	.182	.143	.065	.143	.052	.065
理論値	.063	.125	.156	.156	.156	.156	.125	.063

表は第1期（1937年）から第81期（2023年）までの77回のデータである¹。何となく一致しているようないないような…。では、単にシリーズの成績として見たらどうだろうか。

成績	4勝0敗	4勝1敗	4勝2敗	4勝3敗
回数	12	23	25	16
割合	.158	.303	.329	.211
理論値	.125	.250	.313	.313

やはり、近い感じはするが日本シリーズほど顕著ではないようだ。その原因は、両者の力を互角であると仮定したことにある。日本シリーズが両チームの力を互角と仮定した理論値に近いのは、実際2チームの力は拮抗していたのだろう。将棋名人戦において若干の違いが出るのは、両者の力が互角であるとした仮定が違っているからと思われる。タイトル保持者から見た勝敗表からは、タイトル保持者の力がやや上であるように見える。

* * *

将棋名人戦でタイトル保持者の力が上に見えるのは、実際そうだからだろう。実力が上だからこそ名人たり得るのである。したがって、タイトル保持者の力が衰えるか、または挑戦者が力を付けるまでの間は、タイトル保持者が防衛する確率は高いはずである。実際、この77回の対戦のうち52回（約6割8分）はタイトル保持者が防衛に成功している。

一方、日本シリーズが理論値に近いのは、セ・リーグとパ・リーグの覇者の実力が近いためである。実際、この74回の対戦のうち「セ：パ」の優勝回数は「37回：37回」である。ほぼ互角に見えるが、直近2023年までの30年間に限れば「セ：パ」の優勝回数は「12回：18回」でパ・リーグが優勢のようだ。

また、将棋名人戦と日本シリーズの傾向の違いは、個人戦か団体戦かの違いもあるだろう。個人戦の場合は、対戦する者どうしの心理が勝敗に影響するかもしれない。タイトルに思い入れがあれば、タイトルを保持している間は普段より力が発揮できるかもしれないし、挑戦者がタイトル戦に不慣れであるために力が発揮できないかもしれない。一方、団体戦は個人の力量や心理が平均化されるので、個人戦より力が拮抗しやすいだろう。

確率の考えの要である、同様に確からしいという点に焦点を当てると、個人戦を確率的に論じるのは少し難しいところがあるかもしれない。■

タイトル保持者の優位度は？

日本シリーズの実際と理論値は、両チーム互角の仮定通りの結果となったものの、将棋名人戦においてはタイトル保持者の力が上の傾向が見えた。どの程度力が上なのかを調べるには、Microsoft Excelでシミュレートするのが手軽だろう。シミュレーションといっても表の作り方は、両者の力が互角である場合に、4勝0敗から0勝4敗までの結果を見るためのものになっている。つまり、反復試行の確率をおのおの場合について計算する表である。

¹第1期（タイトル保持者なし）、第4,5期（挑戦資格者なし）、第8期（3勝2敗で決着）は除いた。

◇	A	B	C	D	E	F	G
1		0.5	(※ C1)			(※ F1)	(※ G1)
2		勝ち	負け	最終戦	組合せ数	確率	
3	A 優勝	3	0	(※ D3)	1	(※ F3)	
4	A 優勝	3	1	↓下へコピーする	4	↓下へコピーする	
5	A 優勝	3	2	↓	10	↓	
6	A 優勝	3	3	↓	20	↓	
7	A 敗退	3	3	(※ D7)	20	↓	
8	A 敗退	2	3	↓下へコピーする	10	↓	
9	A 敗退	1	3	↓	4	↓	
10	A 敗退	0	3	↓	1	↓	
11							

※ セルの式

(C1) =1-B1

(F1) =SUM(F3:F10)

(G1) =SUM(F3:F6)

(D3) =B\$1

(F3) =B\$1^B3*\$C\$1^C3*D3*E3

(D7) =C\$1

計算式を入力するセルは数カ所だけで、そのいくつかを下へコピーすればよい。いま B1 セルには 0.5 が入力されているが、これは A が勝つ確率を表している。したがって C1 セルには A が負ける確率が表示される。日本シリーズでは、A が 1 試合に勝つ確率を 0.5 と仮定したので、F 列に表示される確率の値は先の理論値と一致する。B1 セルに別の値を入力すると、自動的に確率の結果が変わるようになっている。A の力がやや上であると仮定した場合は、B1 セルにたとえば 0.55 などを入力するとよいだろう。

将棋名人戦に限れば、B1 セルが 0.6 前後のときが実際の結果に近いようである。すなわち「タイトル保持者：挑戦者」は、大体 3:2 の割合でタイトル保持者が勝つ程度の力の差があるということになる。さて、このとき F3 から F6 までのセルの値を合計—G1 セルに表示—してみよう。この値は、何勝何敗であっても A が優勝する確率—すなわちタイトル保持者がタイトルを保持できた確率—である。それは大体 0.7 くらいの値であり、実際にタイトル保持者がタイトルを保持できた割合（約 6 割 8 分）に近いものになっている。