

学習目標

学校の授業

まず、学校の授業がどんな性質のものか説明しましょう。数学の授業は多くの場合、次のような環境の下で行われます。

- 教室には数学が得意な生徒から苦手な生徒まで幅広くいる。
- 一年間で学習する内容が決められている。

この二つの理由から、先生が行う授業は制約を受けることになります。また、授業は学校・学年の方針もあるので、個々の先生が独自に授業を進めるわけではなく、共通の認識にしたが行われます。その結果、

授業は、中程度の生徒向けの説明と進度で進められる (*)

ことがほとんどです。このような授業の進め方は必ずしもあなたに合ったものではないということです。そのため、授業を忠実に受け授業に準拠した定期試験を受けると、場合によってはあなたに不利益をもたらすことになるでしょう。なぜなら(*)のため、数学の授業は何ら考えることなく機械的に覚えたことを吐き出す教科になっている可能性が高いからです。そんな状況では、中学校の数学をよい成績で乗り越えたとしても、高校 → 大学 → その先と学ぶであろう数学で行き詰るのは目に見えています。

少なくとも数学ができる、つまり自分で考えて解決できる能力が身についた状態にするためには、(もし学校の授業が上述のようなものなら)学校の勉強の仕方にどっぷり浸かってはいけません。

分かること

授業において先生は、厳密なことを脇に置いて身近なたとえ話などで説明することがあるかもしれません。これは数学が苦手な生徒にも分かりやすくするためです。それには理由があります。そもそも

「分かる」ということは、実は「すでに知っている」こと

だからです。もしあなたが、はじめての単元でも授業の内容がよく分かるとしたら、先生が説明上手である以上にあなたがすでに知っている内容なのです。または、あなたが知っている事柄だけで構成された内容なのです。

裏を返せば「分からない」のは「知らない」からです。数学は、はじめに与えられたいくつかの定義をもと

に、正しいことを積み上げていく学問です。つまり、積み上げることができるためには、定義を含め以前のことをすでに知っていなくてはならないこととなります。しかし数学に苦手意識があると、定義からきちんと理解して知っている状態に高めることは容易なことではありません。新しい単元を学び始めるときはなおさらです。だから先生は、日常的なたとえ話（これなら誰もが知っている可能性が高い）を持ち出すことで理解を助けようとするのです。

とは言え、常に先生の説明を頼りにしていると、正しい定義などを十分理解しないまま積み上げることで、いつか崩壊するでしょう。だからあなたは、たとえ話によって定義などを理解できたとしても、

定義を数学のことばで確実に理解し、知っている状態にすること

が大事です。これが「分かる」ということです。ただ、数学のことばで正しく理解するのは一朝一夕にできることではないので、完璧を目指そうとせず、理解に努める姿勢を常に持っていることです。理解できないことを先生のせいにするなど（そういう先生はいるのですが）もってのほかです。

できること

数学の授業において、一年間にやるべきことが決められている以上、授業は一定の速度で進みます。しかし一般的な中学校では、その進度はけっして早くないものです。そのため、定義から積み上げる学習をする時間は十分あると思われます。数学的に厳密に理解することは大変な労力を要しますが、時間が許す限り、きちんとした数学のことばを中心に学習したいものです（ただし、無理は禁物です）。

なぜなら数学を勉強するということは、試験でよい成果をあげることは目的の一つで、問題が解けることはとても重要なことです。それに、試験までの日数は限られているので、あなたは与えられた期間で何かを習得しなければなりません。だから、まず定義を完璧に理解してから先へ進む、などという悠長な勉強法では目的達成に害が及んでしまいます。よく分からないけれどこうすれば解ける、ということがあれば迷わずそうしておきましょう。とりあえずであっても問題が解けること、つまり一旦「できる」状態にしておいて、理解を“深める”ことは後回しでもよいのです。最終的に、

こういう理由でこうすれば解ける、というところにたどり着けばよい

からです。だから学習途中においては、単に「できる」だけの状態であっても、できることは意味があることなのです。

四捨五入の例

正しい数学の理解と学校の授業での勉強の違いを、たとえば小学校で習った四捨五入を例に考えてみましょう。四捨五入とは簡単に

4 以下は切り捨てて、5 以上は繰り上げる (**)

と覚えていると思うので、もし 123.456 を小数第一位で四捨五入すると 123 であることは間違いないですね。しかし、(**) を真に受けて、いちばん下の桁から順に

123.456 \Rightarrow 123.46 \Rightarrow 123.5 \Rightarrow 124

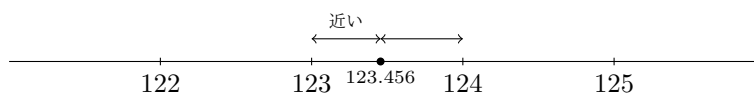
とすることは四捨五入の誤用になりますが、(**) を読んだだけでは誤用は起こり得ます。つまり、どの桁で切り捨て・繰り上げをするかを示していない(**) は四捨五入の正しい定義ではない、ということです。

では、四捨五入の正しい定義は何でしょうか。というより、実は数学には四捨五入ということばはないのです。正しい表現は丸めると言います。たとえば 123.456 を一の位に丸めれば 123、小数第一位に丸めれば 123.5 となります。「xxx.xxx を△の位に丸める」とは

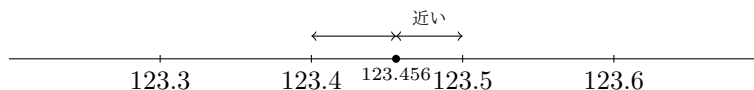
xxx.xxx にいちばん近い“△の位の数”で近似する

ことをいいます。それを実現するには数直線を用いるのがよいのです。

具体的に 123.456 を一の位に丸めるには、一の位の目盛をつけた数直線上に 123.456 を示せばよいでしょう。



すると、123.456 に近い目盛は 123 なので、123 に丸めることとなります。また、123.456 を小数第一位に丸めるには、小数第一位の目盛をつけた数直線上に 123.456 を示せばよいので、



123.456 に近い目盛が 123.5 であることから、123.5 に丸めることとなります。このように近さを基準にすると、一の位の目盛では $xx.5$ 、小数第一位の目盛では $xx.x5$ で表される点は左右の目盛から等しい距離にあって、どちらの目盛が近いということはありません。その場合は

二つの目盛が xxx.xxx から同じ近さにあれば、右側の“△の位の数”で近似する

と約束することにします。以上が本当の四捨五入の意味です。

では、なぜ小学校でこのように教えないかという、数直線が日常的でないことや直線上の距離感が十分つかめないからです。しかし、丸めることには数的な特徴があります。それが数字の大きさに着目した方法で、

[Δ の位]に丸める

⇔ [Δ の一つ下の位]で四捨五入して [Δ の位]で表す

⇔ [Δ の一つ下の位]の数字が4以下なら切り捨て、5以上なら繰り上げて、 [Δ の位]で表す

という約束をすれば、丸めることと同じ結果を得ます（ただし、正の数の場合に限ります*1）。

小学校の特別な例を取り上げましたが、中学校でも、先生が教科書の記述を噛み砕いて説明することは多くあります。ただし、あくまでも教科書の記述が正しい言い方なので、分かりやすい先生の説明をそのまま覚えるのではなく、教科書に書かれた内容をきちんと理解できるよう努めましょう。

一つの目標

目標の一つに、試験でいわゆる「初見」問題が出題されたとき、無理なく解けることを挙げておきます。試験問題は、数学者が未知の問題解決に取り組むのと違って、授業で学んだ知識だけで解けるようにできています。つまり

いろいろな定理や公式などを適切につなぎ合わせることで解ける

ものなのです。けっして初見などではありません。そのためにあなたがすることは、日頃から問題解決のために、

定理や公式をどのように組み合わせで解くか考える習慣をつける

ことです。これは、単に例題を暗記してその通りに解答を書くだけの勉強では獲得できないことです。

もっとも、そのような勉強法は時間がかかります。たとえば問題集の問題を解く際、少し考えて解き方が思いつかないとしたらどうしますか？ すぐに解答を見て解法を覚えるのも方法の一つでしょう。ですが、それは正しい数学の勉強法ではありません。かりにそのやり方で定期試験の結果がよかったとしても、限られた範囲の限られた解法を覚えたに過ぎず、数学の力がついたわけではないからです。

解き方が思いつかなければ、

*1 たとえば -12.3 と -12.7 を整数値にする場合は、丸めても四捨五入しても -12 と -13 ですが、 -12.5 は丸めると -12 です。しかし四捨五入の場合は、“負の数の解釈が正の値の反対の意味である”なら -13 と考えるのが妥当でしょう。

前のページに戻って、使えそうな公式や例題の解き方がないか探す

ことです。そして、いくつかの考えを組み合わせながら解決までの道筋を探すのです。当然、このやり方は時間がかかります。だから、あなたが数学にどれだけ時間を割（さ）けるか、数学のために何かを犠牲にできるかによります。でも、最大限そういう時間を確保するよう心がけましょう。

もちろん、最終的に解けなければ模範解答を見ることになります。その場合は、解き方を覚えても仕方ありません。なぜ、そのようにして解くのがよいか考えましょう。ただし、模範解答というものは完成した作品のようなもので、問題を解くための考え方の道筋は必ずしも解答に書かれた順になっていないことが多いものです。むしろ、逆から考えているものです。つまり、解答にたどり着くためには、その前に◇◇が求まってなくてはならない。さらに◇◇を求めるためには、〇〇が分からないといけない、そのためには...、のような考え方を経て、それなら□□から始めればよい、となるのです。模範解答は“清書”です。でも、本当に大事なものは“下書き”にあたるものです。清書をまる覚えしても考え方が身につくわけではありません。模範解答は見るだけでなく、下書きに相当する内容を読み取る努力をしましょう。

数学の勉強方法

数学の勉強方法は原則一つだけです。新しい単元を学ぶ場合は

- 定義や基本事項を理解したら（暗記したら、ではない！）練習問題をどんどん解く。
- 解けない問題は前に戻って、基本事項を確認したり例題の解き方を真似たり、とにかくいろいろ考えて解けるまで取り組む。

ことを繰り返すだけです。中学・高校の数学は大変よく整備されていて、平均的な学生が適度の学習時間で身につけられるようにできています。だから時間をかけて上記の手続きで勉強をすれば必ずできるようになるものです。このことは、数学が苦手なまま学校を卒業した人でも十分な学習時間さえあれば、年数はかかるかもしれませんが、高校までの数学を身につけることができるということです。

とは言え、あなたたちには時間の制約があります。定期試験や入試までに一定の内容を学ぶためには、解けるまで頑張る時間はないでしょう。それに、50歳を過ぎた時点で高校数学まで完璧に理解できては仕方ありません。趣味で数学の学習をするのでなければ。

数学を苦手とする人が数学を得意とする人を見たとき、『自分も問題を見て、どの公式を使えば解けるかすぐに分かるようになりたい』『公式や解き方を覚えるコツを知りたい』と感じるようです。たしかに、いま数学を得意としている人は『問題を見て、解き方がすぐ分かる』『公式や解き方を覚えている』ように見えます。

しかし、その人たちは数学が得意になるまでに必ず『問題を見て、あらゆる解法を幾度となく試して解いた』『公式や解き方を覚える以前に、とにかくたくさん問題を解いた』経験があるものです。つまり、

公式や解き方は暗記するものではなく、試行錯誤をしながら繰り返し多くの問題を解くこと

で身についた（つまり覚えてしまった）のです。だから一夜漬けの暗記と異なり、いつまでも忘れません。このことが数学を苦手とする人には分からないのでしょうか。“暗記”とは、教科書に書いてあるまま、もしくは人から聞いたことをそのまま“教えてもらうこと”に等しい行為です。一方、“考えて解く”とは、スポーツや楽器の演奏が実践でのみ身につくように“自分が経験すること”に等しい行為です。この違いに気づかない限り数学を身につけることは難しいでしょう。

数学の勉強に限らず、勉強にはその人の性格が影響します。何かを行うとき、あなたは

1. 言われた通りにできることを、その通りやってどんどん進める
2. できる理由を考えたり理解したりして、納得して進める

のどちら寄りのタイプでしょうか？ どちらが“よい”とかではなく、自分の性格を知っておくのは大事です。

数学は、試験の問題が解けることを目指す学問ではありません。数学的な見方や考え方を使って、問題を解決する能力を高める学問です。ましてや、計算力をつけるために勉強するわけでもありません。計算力という点では電卓やコンピュータがすべてやってくれます。電卓が巷（ちまた）に溢（あふ）れている現在でも、数学は消えるどころか数十年前とさして変わらない内容で行われています。ということは、数学の勉強は計算力とは別のものを想定しているのだということが分かります。

また、数学が好きな人がその理由の一つとして『数学は答えが一つだから』を挙げることがあります。どんな教科でも、試験がある限り答えは一つです。答えが一つだからいいという理由を言う人は、単に授業のルールに乗ることが得意だからに過ぎません。学校の授業はどの教科でも答えは一つになるようになっています。むしろ数学は考え方がいろいろあるのですが、授業では結局典型的なものしか扱わないのです。本当は数学は、いろいろな考え方があって楽しいものです。むしろ国語などの方が、本来自由に感想を述べてよいはずが、結局規定の解釈を押し付けられるのではないのでしょうか。

また、『どの参考書・問題集がよい』とか『〇〇する勉強法がよい』とか『私は△△で合格した』などの声が聞こえてくるかもしれません。しかし、

自分の現状を知り、目標までの時間を考慮した勉強法

でないという意味がないのです。